

LIX олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии
МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР
Таллинн, 22 ноября 2011 года
X класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Скорому поезду необходимо на путь от одной станции до другой ровно x минут ($0 < x < 60$). Найди время, затраченное на этот путь, если известно, что угол между часовой и минутной стрелками часов в момент отправления с одной станции и в момент прибытия на другую станцию был равен x градусов.

2. Может ли шестизначное число $\overline{x2011y}$ (первая и последняя цифры которого неизвестны) быть кратным числа 308? Если да, то найди все такие шестизначные числа. Если нет, то покажи, что это невозможно.

3. Корнями квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) являются числа x_1 и x_2 .

Составь квадратное уравнение, корнями которого являются числа $\frac{1}{x_1^3}$ и $\frac{1}{x_2^3}$.

4. Через вершину A квадрата $ABCD$ проведена прямая, которая пересекает сторону CD квадрата в точке E , а продолжение стороны BC – в точке F . Известны длины отрезков $|AE| = 3$ см и $|AF| = 4$ см. Вычисли длину стороны квадрата.

5. В десяти кучках первоначально находятся соответственно 3, 4, 5,, 12 пуговиц. Каждый раз во время хода выбираются какие-либо три кучки, в которые либо добавляются 3 пуговицы в первую кучку, 2 пуговицы во вторую кучку и 1 пуговица в третью кучку, либо удаляются 3 пуговицы из первой кучки, 2 пуговицы из второй кучки и 1 пуговица из третьей кучки, при условии, что во всех кучках есть достаточное для этого количество пуговиц. Может ли после некоторого количества ходов возникнуть такая ситуация, при которой во всех кучках окажется равное количество пуговиц?